

**Міністерство освіти і науки України
Чернігівський державний інститут економіки і управління**

Р.М. Літнарівч

**Розробка технології створення
планової геодезичної основи
лінійно-кутовим методом
несу цільних спостережень**

**Навчальний посібник
з курсу “ Основні геодезичні роботи”**

Частина XIII

Чернігів , 2001

Середня квадратична похибка визначення координат

$$m_y = \mu \sqrt{\frac{1}{P_y}} = 11.656 \sqrt{\frac{1}{6.0145}} = 4.75 \approx 5 \text{ мм}$$

Але при порівнянні не зрівноважених координат і координат моделі ми також отримали $m_{x,y} = 5 \text{ мм}$.

Таким чином, на основі проведених досліджень ми стверджуємо, що при вимірюванні кутів з точністю $2''$ і сторін з точністю 5 мм в електронній блочній тахеометрії із трьох блоків при довжинах сторін до 200 м, середня квадратична похибка визначення координат пунктів буде близько 5 мм.

Замітимо, що у не зрівноваженій, тобто у спотвореній і прийнятій (істинній моделі) була істинна похибка нестиковки блоків в 90 мм, але ця похибка в однаковій мірі позначилась на точність визначення координат. Практично можна вважати, що її не було. При зрівноваженні ж проходить узгодження умов. Тому ця похибка впливає і дає середню квадратичну похибку координат у 17 мм.

Залишкове значення вільного члена дирекційних кутів у $0,05''$ визвано похибками заокруглення мікрокалькулятора, а координат в 5 мм і 3 мм впливом істинних похибок, співвідношенням ваг і похибками вихідних даних.

ВИСНОВКИ

1. Розроблені теоретичні положення строгого зрівноваження лінійно-кутового методу несучільних спостережень.
2. Проведена апробація на прикладі електронної тахеометрії для конкретного об'єкта землевпорядних робіт.
3. Розроблені програми, які дають можливість у короткий термін проводити зрівноваження невеликих мереж.
4. Проведено дослідження точності елементів мережі.
5. Передбачена привязка і сумісна обробка з вихідними координатами пунктів, які визначені по системі GPS.

Процес топографо-геодезичного виробництва потребує розробки теоретичних основ для застосування точних і високоточних геодезичних приладів. Електронні тахеометри знаходять широке застосування для виконання землевпорядних робіт на території обласних центрів для забезпечення облікової одиниці площі в 1 кв.м. При цьому виконують блочну електронну тахеометрію, принципів схеми якої співпадають з опублікованими раніше автором типовими схемами лінійно-кутового методу несучільних спостережень.

В даній частині посібника розробляються і досліджуються теоретичні основи методу несучільних спостережень, які цілком застосовні для блочної електронної тахеометрії.

Теоретичне дослідження випробовується на моделі, яка створювалася на реальній території для проведення землевпорядних робіт садово-городнього товариства.

При побудові моделі виключаються похибки вихідних даних, що дає переваги дослідження моделі польовим виміром.

Модель будується по принципу генерування істинних похибок вимірювань методом статистичних випробувань Монте-Карло.

1. Постановка проблеми дослідження. Побудова моделі.

На території конкретного садово-городнього товариства запроєктовано геодезичну опору у вигляді трьох чотирикутників АВ23, 2356, 56СD. Посередині кожного чотирикутника запроєктовано центральні пункти 1, 4, і 7, у яких устанавлюється електронний тахеометр і вимірюються всі горизонтальні кути і сторони. Пунктирною лінією позначений напрям ходової лінії для передачі дирекційних кутів і координат. Пункти А, В, С, D є пунктами старшого класу, або визначені по системі GPS.

Необхідно дослідити точність визначення координат пунктів, розробити теоретичні положення строгого зрівнювання, виконати оцінку точності зрівноважених елементів мережі.

4	123°29'58.33" С/П		β_7	4	10°00'01.15" С/П		β_9
5		28°15'00.96" С/П	γ_{14}	5		35°00'01.95" С/П	γ_{17}
6		28°15'00.83" С/П	γ_{13}	6		34°59'56.92" С/П	γ_{18}
7		281,83223	S_{14}	7		281,83226	S_{14}
	W=-0.03мм	281,83226	S_{14}				

$$W'_\alpha = +0.05''$$

36

Розроблена автором технологія створення геодезичних мереж лінійно-кутовим методом несучільних спостережень знайшла застосування у блочній електронній тахеометрії, тому доцільно навести теоретичні положення і розглянути їх на практичному прикладі. Невимірні сторони показано пунктирними лініями. Вимірні сторони показані суцільними лініями, які переходять в пунктирні.

Якщо спостереження вихідних пунктів ведуться приймачами GPS по прийому сигналів із трьох і більше штучних супутників Землі, даються пунктирними лініями напрямки на супутники.

За нормальним законом розподілення генерувались істинні похибки вимірювання кутів $\Delta\beta = 2''$ і сторін $\Delta S = 5\text{мм}$.

Таблиця №11. Розрахунок зрівноважених координат

№ пунктів	Фор- мул и куті в	Кути перед а чи	Дирекційні кути	Сторо ни	Назви	Координати	
						X	Y
A			180°00'00.00"				
B	γ_1	35°00' 01.81"	35°00'01.81"	171.9989	S_1	1000.000	1000.000
1	$-\beta_4$	70°00' 00.95"	145°00'00.86"	172.0269	S_4	1140.8924	1098.6558
3	$\gamma_6 + \gamma_9$	63°14' 55.45"	28°14'56.31"	159.9766	S_8	999.9758	1197.3258
4	$-\beta_8$	56°29' 59.83"	151°44'56.48"	159.9703	S_{11}	1140.8991	1273.0434
6	$\gamma_{14} + \gamma_{17}$	63°15' 02.91"	34°59'59.39"	172.0235	S_{15}	999.9841	1348.7629
7	$-\beta_{12}$	70°00' 00.16"	144°59'59.23"	171.9983	S_{18}	1140.8978	1447.4311
C	γ_{22}	35°00' 00.82"	360°00'00.05"			1000.0055	1546.0859
D							

1000,0000	1546,0830
$W'_x = +5.5\text{мм}$	$W'_y = +2.9\text{мм}$

Таблиця №1. Побудова спотвореної моделі

сторони	Лінійні величини $\Delta S = 5\text{мм}$			Кутові величини $\Delta\beta = 2''$			
	істинні (м)	ΔS_i (мм)	Спотворе ні (м)	кути	істинні	$\Delta\beta_i''$ (сек)	Спотво рені
S_1	172.000	-3.8	171.9962	β_1	110°00'00.00"	-1.51	109°59'58.49"
S_2	172.000	+1.5	172.0015	β_2	0°00'00.00"	+0.61	70°00'00.61"
S_3	172.000	+3.7	172.0037	β_3	110°00'00.00"	+1.48	110°00'01.48"
S_4	172.000	+2.3	172.0023	β_4	70°00'00.00"	+0.92	70°00'00.92"
S_8	160.000	+3.0	160.0030	β_5	123°30'00.00"	+1.20	123°30'01.20"
S_9	160.000	-4.3	159.9957	β_6	56°30'00.00"	-1.71	56°29'58.29"
S_{10}	160.000	-0.1	159.9999	β_7	123°30'00.00"	-0.04	123°29'59.96"

				-0,006638	-0,116409	0,081510	0,061600	-0,479938	
				-0,000168	-0,027191	0,000883	-0,272401	-0,243277	
				-0,000166	0,027183	0,000878	-0,289526	-0,316930	
				16,297764	-6,047016	-2,541202	3,206914	10,91646	
				-1	0,371033	0,155923	-0,1967702	-0,669813	-0,669814
					31,2674	-0,9342	-10,3	-4,34850	
					2,153694	-1,386539	1,308010	6,894183	
					-2,041465	1,429432	1,080274	-8,416664	
					-4,412919	0,143286	-44,20936	-39,482587	
					-4,458216	-0,14390	47,048430	51,97889	
					-2,243642	-0,942869	0,948668	3,889173	
					15,95746	-1,834870	-3,688089	10,43450	
					-1	0,114985	0,23112	-0,653895	-0,653895
						8,5246	-1,00	-8,0492	
						-0,892646	0,84090	4,438438	
						-1,000888	-0,756405	5,893344	
						-0,004652	1,435496	1,282016	
						-0,004698	1,533491	1,678643	
						-0,39623	0,500032	1,702130	
						-0,210982	0,424075	1,19981	
						6,014550	2,130629	8,145183	
						-1	-0,354246	-1,354246	-1,354246
-0,151825	0,023532	4,9974490	-5,147039	-0,181365	0,190387	-0,354246			
K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇			

Таблиця №9. Розрахунок зрівноважених величин

Назва сор.	Виміряна	V мм	Зрівноважена	Нвзва кута	виміряного	Зрівноважен.	
S ₁	171,9962	+2,7	171,9989	β ₁	109°59'58.49"	0,41"	109°59'58.90"
S ₂	172,0015	+0,3	172,0018	β ₃	110°00'01.48"	2,64	110°00'04.12"
S ₃	172,0037	+24,3	172,0280	β ₄	70°00'00.92"	0,03	70°00'00.95"
S ₄	172,0023	+24,6	172,0269	β ₅	123°30'01.20"	-1,59	123°29'59.61"
S ₈	160,0030	-26,4	159,9766	β ₇	123°29'59.96"	-1,63	123°29'59.33"
S ₉	159,9957	-28,6	159,9671	β ₈	56°29'59.82"	0,01	56°29'59.83"
S ₁₀	159,9999	-29,4	159,9705	β ₉	109°59'58.43"	2,72	110°00'01.45"
S ₁₁	159,9996	-29,3	159,9703	β ₁₀	110°00'00.82"	0,07	110°00'00.89"
S ₁₅	171,9961	+27,4	172,0235	β ₁₂	70°00'00.13"	0,03	0°00'00.16"
S ₁₆	172,0045	+25,0	172,0295				
S ₁₇	172,0020	-0,7	172,0013				
S ₁₈	172,0003	-2,0	171,9983				

$$\operatorname{ctg}\gamma_1 + \operatorname{ctg}\beta_1 = \frac{\sin\gamma_2}{\sin\gamma_1 \sin\beta_1}, \quad (2.3)$$

Згідно теореми синусів запишемо

$$\frac{S_0}{\sin\beta_1} = \frac{S_1}{\sin\gamma_2} = \frac{S_2}{\sin\gamma_1}, \quad (2.4)$$

Звідки

$$\frac{\sin\gamma_2}{\sin\gamma_1} = \frac{S_1}{S_2}, \quad (2.5)$$

Підставляючи (2.5) у (2.4), запишемо

$$\operatorname{ctg}\gamma_1 + \operatorname{ctg}\beta_1 = \frac{S_1}{S_2 \sin\beta_1}, \quad (2.6)$$

Тому невимірний кут γ_1 можна розрахувати за формулою

$$\operatorname{ctg}\gamma_1 = \frac{S_1}{S_2 \sin\beta_1} - \operatorname{ctg}\beta_1, \quad (2.7)$$

або

$$\operatorname{ctg}\gamma_1 = \frac{S_1}{S_2 \sin\beta_1} - \frac{\cos\beta_1}{\sin\beta_1},$$

тобто

$$\operatorname{ctg}\gamma_1 = \frac{S_1 - S_2 \cos\beta_1}{S_2 \sin\beta_1},$$

$$\operatorname{tg}\gamma_1 = \frac{S_2 \sin\beta_1}{S_1 - S_2 \cos\beta_1}, \quad (2.8)$$

Міркуючи по аналогії

$$\operatorname{ctg}\gamma_2 = \frac{S_2}{S_1 \sin\beta_1} - \operatorname{ctg}\beta_1, \quad (2.9)$$

або

$$\operatorname{tg}\gamma_1 = \frac{S_1 \sin\beta_1}{S_2 - S_1 \cos\beta_1}, \quad (2.10)$$

Формули (2.7), (2.8), (2.9), (2.10) будуть робочими формулами для визначення невимірних кутів в трикутнику лінійно-кутового методу несущільних спостережень.

Згідно теореми косинусів запишемо

$$S_0^2 = S_1^2 - 2S_1S_2 \cos \beta_1 + S_2^2, (2.11)$$

7

(β ₁₂)					-1	+0.4783	+0.6831
	+5.47''	-4.64''	-90.4	+96,6	+3,78''	-10,3	-1,0мм
			мм	мм		мм	

Таблиця №6. коефіцієнти умовних рівнянь з врахуванням ваг вимірів і поправки зрівноваження

Назва поправки	ΔAB1	ΔCD7	□1234	□4567	(α)	(X')(α)+ cosα	(Y')(α) sinα	V'' $\frac{1}{\sqrt{P_s}}$ мм
	a	b	c	d	e	f	g	
(S ₁)	4.2815				-1.0498	2.5498	0.7172	+2,7
(S ₂)	4.2818				1.0495	-0.5020	0.7168	0,3
(S ₃)			2.0480		1.0495	-0.3852	0.7170	+24,3
(S ₄)			2.0480		-1.0495	-1.6628	0.7170	+24,6
(S ₈)			-2.2022		-0.8660	2.5202	0.5915	-26,4
(S ₉)			-2.2022		0.8660	-0.3180	0.5918	-28,6
(S ₁₀)				2.2022	0.8658	-0.4140	0.5915	-29,4
(S ₁₁)				2.2022	-0.8658	-1.7882	0.5918	-29,3
(S ₁₅)				-2.0478	-1.0495	2.5498	0.7172	+27,4
(S ₁₆)				-2.0480	1.0495	-0.5020	0.7168	+25,0
(S ₁₇)		-4.2815			1.0495			-0,7
(S ₁₈)		-4.2815			-1.0495	-2.0480	1.4340	-2,0
(β ₁)	-1				-	0.2391	-0.3415	+0,41''
(β ₃)			0.4783		-	0.1836	-0.3416	+2.64''
					0.5000			

(β ₄)					-1	0.4783	0.6831	+0.03''
(β ₅)					-	0.1836	-0.3417	-1.59''
					0.3672	0.5000		
(β ₇)					0.3672	-0.5000	0.2391	-1.63''
						0.5000	0.3415	

32

Вільний член

$$W_1 = \beta_{1_{\text{виміряне}}} - \beta_{1_{\text{вираховане}}}, (2.21)$$

По розробленій програмі вільний член розраховується за формулою

$$W'_1 = \beta_{1_{\text{вираховане}}} - \beta_{1_{\text{виміряне}}}, (2.22)$$

Тоді формула (2.20) набуває вигляду

$$-\frac{\rho}{S_1} \text{ctg} \gamma_1(S_1) - \frac{\rho}{S_2} \text{ctg} \gamma_2(S_2) - (\beta_1) + W'_1 = 0, (2.23)$$

Аналогічно для трикутника CD7 будемо мати

$$-\frac{\rho}{S_{17}} \text{ctg} \gamma_{21}(S_{17}) - \frac{\rho}{S_{18}} \text{ctg} \gamma_{22}(S_{18}) - (\beta_{11}) + W'_2 = 0, (2.24)$$

де
$$W'_2 = \beta_{11_{\text{вираховане}}} - \beta_{11_{\text{виміряне}}}, (2.25)$$

Таким чином, розроблені умовні рівняння трикутників в лінійно-кутовому ряді несущільних спостережень, які дають можливість в подальшому застосувати процедуру строгого зрівноваження для визначення імовірних значень елементів мережі і оцінки її точності.

3. Вивід умовного рівняння геодезичного чотирикутника.

В лінійно-кутовому методі несущільних спостережень розглядаються чотирикутники без діагоналей, у яких виміряні всі сторони і два протилежні кути.

Аналогічні чотирикутники розглядаються в електронній блочній тахеометрії.

За теоремою косинусів для трикутника 123 запишемо

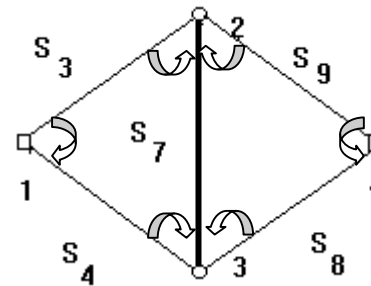


Рис.3.Схема чотирикутника 1234.

$$S_7^2 = S_3^2 + S_4^2 - 2S_3S_4 \cos \beta_3, (3.1)$$

Диференціюючи (3.1) отримаємо

$$2S_7 dS_7 = 2S_3 dS_3 + 2S_4 dS_4 - 2S_4 \cos \beta_3 dS_3 - \\ - 2S_3 \cos \beta_4 dS_4 + 2S_3 \sin \beta_3 \frac{d\beta_3}{\rho} \quad , (3.2)$$

30

9

(S ₁₁)			cos γ_{14}	$-\rho / \left[\frac{S_{10} (ctg\gamma_{14} + ctg\gamma_{13})}{+ ctg\gamma_{13}} \right]$	$-\frac{[\Delta Y_{67} / \rho]}{\cos \alpha_{46}}$	$+\frac{[\Delta Y_{67} / \rho]}{\sin \alpha_{46}}$	
(S ₁₅)			-cos γ_{17}	$-\rho / \left[\frac{S_{16} (ctg\gamma_{17} + ctg\gamma_{18})}{+ ctg\gamma_{18}} \right]$	$-\frac{[\Delta Y_{67} / \rho]}{\cos \alpha_{67}}$	$+\frac{[\Delta Y_{67} / \rho]}{\sin \alpha_{67}}$	
(S ₁₆)			-cos γ_{18}	$\rho / \left[\frac{S_{15} (ctg\gamma_{17} + ctg\gamma_{18})}{+ ctg\gamma_{18}} \right]$	$-\Delta Y_{67} / \rho$	$\Delta X_{67} / \rho$	
(S ₁₇)	$-\frac{[\rho / S_{17}]}{ctg\gamma_{22}}$			$\rho / \left[\frac{S_{18} (ctg\gamma_{22} + ctg\gamma_{21})}{+ ctg\gamma_{21}} \right]$			
(S ₁₈)	$-\frac{[\rho / S_{18}]}{ctg\gamma_{22}}$			$-\rho / \left[\frac{S_{17} (ctg\gamma_{22} + ctg\gamma_{21})}{+ ctg\gamma_{21}} \right]$	cos α_{7c}	sin α_{7c}	
(β_1) ⁻¹				$-\frac{ctg\gamma_2}{(ctg\gamma_1 + ctg\gamma_2)}$	$-\Delta Y_{b1} / \rho$	$\Delta X_{b1} / \rho$	
(β_3)		$\frac{[S_4 / \rho]}{\sin \gamma_6}$		$-\frac{ctg\gamma_5}{(ctg\gamma_6 + ctg\gamma_5)}$	$-\Delta Y_{34} / \rho$	$\Delta X_{34} / \rho$	
(β_4)				-1	$-\Delta Y_{13} / \rho$	$\Delta X_{13} / \rho$	
(β_5)		$-\frac{[S_8 / \rho]}{\sin \gamma_9}$		$-\frac{ctg\gamma_{10}}{(ctg\gamma_9 + ctg\gamma_{10})}$	$-\Delta Y_{34} / \rho$	$\Delta X_{34} / \rho$	
(β_7)			$\frac{[S_{11} / \rho]}{\sin \gamma_{14}}$	$-\frac{ctg\gamma_{13}}{(ctg\gamma_{14} + ctg\gamma_{13})}$	$-\Delta Y_{67} / \rho$	$\Delta X_{67} / \rho$	
(β_8)			$\frac{[-S_{15} / \rho]}{\sin \gamma_{17}}$	-1	$-\Delta Y_{46} / \rho$	$\Delta X_{46} / \rho$	
(β_9)				$-\frac{ctg\gamma_{18}}{(ctg\gamma_{17} + ctg\gamma_{18})}$	$-\Delta Y_{67} / \rho$	$\Delta X_{67} / \rho$	
(β_{11})	-1			$-\frac{ctg\gamma_{21}}{(ctg\gamma_{22} + ctg\gamma_{21})}$			
(β_{12})				-1	$-\Delta Y_{7c} / \rho$	$\Delta X_{7c} / \rho$	
W	$\beta'_1 - \beta$	$\beta'_{11} - \beta_{11}$	$S_7 - S'_7$	$S_{14} - S'_{14}$	$\alpha'_{cd} - \alpha_{cd}$	$X'_c - X_c$	$Y'_c - Y_c$

S₇,- діагональ вирахована із трикутника 123 , S'₇ - діагональ вирахована із трикутника 234 , (S₃), (S₄), (β_3) – поправки у виміряні відповідні величини у трикутнику 123 , (S₉), (S₈), (β_5) – поправки у виміряні величини у трикутнику 234. По аналогії для чотирикутника 4567 умовне рівняння буде

$$\cos \gamma_{13} (S_{10}) + \cos \gamma_{14} (S_{11}) + \frac{S_{11}}{\rho} \sin \gamma_{14} (\beta_7) - \cos \gamma_{18} (S_{16}) - \\ - \cos \gamma_{17} (S_{15}) - \sin \gamma_{17} \frac{S_{15}}{\rho} (\beta_9) + W_4 = 0 \quad (3.14)$$

де $W_4 = S_{14} - S'_{14}$, (3.15)

4. Вивід умовного рівняння дирекційних кутів.

Передача дирекційних кутів виконується по ходовій лінії поміченій на рис.1 пунктирною лінією.

$$\alpha_{\beta_1} = \alpha_{AB} \pm 180^0 + \gamma_1, (4.1)$$

$$\alpha_{13} = \alpha_{\beta_1} \pm 180^0 - \beta_4, (4.2)$$

$$\alpha_{34} = \alpha_{13} \pm 180^0 + \gamma_6 + \gamma_9, (4.3)$$

$$\alpha_{46} = \alpha_{34} \pm 180^0 - \beta_8, (4.4)$$

$$\alpha_{67} = \alpha_{46} \pm 180^0 + \gamma_{14} + \gamma_{17}, (4.5)$$

$$\alpha_{7c} = \alpha_{67} \pm 180^0 - \beta_{12}, (4.6)$$

$$\alpha_{cd} = \alpha_{7c} \pm 180^0 + \gamma_{22}, (4.7)$$

і

$$\alpha_{cd} = \alpha_{AB} \pm 180^0 + \gamma_1 \pm 180^0 + \gamma_6 + \gamma_9 \pm 180^0 - \beta_8 \pm 180^0 + \\ + \gamma_{14} + \gamma_{17} \pm 180^0 - \beta_{12} \pm 180^0 + \gamma_{22}, (4.8)$$

Диференціюючи формули (4.1) – (4.7) і переходячи до поправок , умовне рівняння дирекційних кутів представимо у вигляді

$$(\gamma_1) + (\gamma_6) + (\gamma_9) + (\gamma_{14}) + (\gamma_{17}) + (\gamma_{22}) - (\beta_4) - (\beta_8) - \\ - (\beta_{12}) + W_\alpha = 0, (4.9)$$

де

$$(\alpha_{B1}) = (\gamma_1), (4.10)$$

$$(\alpha_{13}) = (\alpha_{B1}) - (\beta_4), (4.11)$$

$$(\alpha_{34}) = (\alpha_{13}) + (\gamma_6) + (\gamma_9), (4.12)$$

$$(\alpha_{46}) = (\alpha_{34}) - (\beta_8), (4.13)$$

$W_{\alpha}=+3.78''$	$W_x = -10.3\text{мм}$	$W_y = -1\text{мм}$
----------------------	------------------------	---------------------

11

16		+0,2008 С/П	$K_2(S_{15})x$	16	-140.896		ΔY_{7c}
17		+0,2391	$K_3(\beta_9)x$	17	ПХВ:/-	+0,6831	$K(-\beta_{12})y$
18	140.8893 С/П		ΔX_{67}	18	75,7318 /-		$-\Delta Y_{46}$
19		0,2867 С/П	$K_1(S_{16})y$	19	ПХВ:/-	+0,3672	$K(-\beta_8)x$
20		-0,2867 С/П	$K_2(S_{15})y$	20	-140,9418		ΔX_{46}
21		-0,3415	$K_3(\beta_9)y$	21	ПХВ:/-	+0,6833	$K(+\beta_8)y$
				22	98,6551 /-		$-\Delta Y_{13}$
				23	ПХВ:/-	+0,4783	$K(-\beta_4)x$
24	-140,8970		ΔX_{13}				
25	ПХВ:/-	+0,6831	$K(+\beta_4)y$				

Таблиця №3. Розрахунок незрівноважених координат пунктів ходової лінії

№Пунктів	Формули кутів	Кути передачі	Дирекційні кути	Сторони	назви	Координати	
						X	Y
A							
B	γ_1	35°00'03.01"	180°00'00.00"			1000.000	1000.000
1	$-\beta_4$	70°00'00.92'	35°00'03.01"	171,9962	S ₁	1140.8896	1098.6550
3	$\gamma_6+\gamma_9$	63°14'56.76"	145°00'02.09"	172,023	S ₄	999.9926	1197.3101
4	$-\beta_8$	56°29'59.82"	28°14'58.85"	160,036	S ₈	1140.9382	1273.0419
6	$\gamma_{14}+\gamma_{17}$	63°15'04.51"	151°44'59.03"	159,9996	S ₁₁	999.9964	1348.7737
7	$-\beta_{12}$	70°00'00.13"	35°00'03.54"	171,9961	S ₁₅	1140.8855	1447.4290
			145°00'03.41"	172,0003	S ₁₈		

С	γ_{22}	35°00'00.37"				999.9897	1546.0820
Д			360°00'03.78"				

$X_{\text{вих}}=1000,000$
$Y_{\text{вих}}=1546,0830$

28

або
$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial S_1} = -\frac{1}{1 + \text{ctg}^2 \gamma_1} \frac{1}{S_2 \sin \beta_1}, (4.20)$$

Диференціюючи формулу (4.18) по змінній β_1 , будемо мати

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial S_2} = -\frac{\frac{S_1 \cos \beta_1}{S_2^2 \sin^2 \beta_1} + \frac{1}{\sin^2 \beta_1}}{1 + \left[\frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} - \text{ctg} \beta_1 \right]}, \text{ або}$$

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial \beta_1} = \frac{1}{1 + \text{ctg}^2 \gamma_1} \frac{1}{\sin^2 \beta_1} \left(\frac{S_1 \cos \beta_1}{S_2} - 1 \right), (4.21)$$

Повний диференціал

$$d\gamma_1 = \frac{\partial \gamma_1}{\partial S_2} dS_2 + \frac{\partial \gamma_1}{\partial S_1} dS_1 + \frac{\partial \gamma_1}{\partial \beta_1} d\beta_1, (4.22)$$

і в нашому випадку

$$\partial \gamma_1 = \frac{\rho''}{1 + \text{ctg}^2 \gamma_1} \left[\frac{S_1}{S_2^2 \sin \beta_1} dS_2 - \frac{dS_1}{S_2 \sin \beta_1} + \frac{d\beta}{\rho'' \sin \beta_1} \left(\frac{S_1 \cos \beta_1}{S_2} - 1 \right) \right], (4.23)$$

або

$$d\gamma_1 = \frac{\rho''}{1 + \text{ctg}^2 \gamma_1} \frac{1}{S_2 \sin \beta_1} \left[\frac{S_1}{S_2} dS_2 - dS_1 + \frac{d\beta_1}{\rho} \left(S_1 \text{ctg} \beta_1 - \frac{S_2}{\sin \beta_1} \right) \right], (4.24)$$

Переходячи до поправок у виміряні кути, отримаємо

$$(\gamma_1) = \frac{\rho}{1 + \text{ctg}^2 \gamma_1} \frac{1}{S_2 \sin \beta_1} \left[\frac{S_1}{S_2} (S_2) - (S_1) + \frac{(\beta_1)}{\rho} \left(S_1 \text{ctg} \beta_1 - \frac{S_2}{\sin \beta_1} \right) \right]. (4.25)$$

Формула (4.25) незручна для програмування. Приймаючи до уваги, що

$$\frac{1}{1 + ctg^2 \gamma_1} = \sin^2 \gamma_1, (4.26)$$

$$\frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} = ctg \gamma_1 + ctg \beta_1, (4.27)$$

$$\frac{1}{S_2 \sin \beta_1} = \frac{ctg \gamma_1 + ctg \beta_1}{S_1}, (4.28)$$

$$\frac{1}{\sin^2 \beta_1} = \frac{S_2^2 (ctg \gamma_1 + ctg \beta_1)^2}{S_1^2}, (4.29)$$

13

Протокол № 8 розрахунку коефіцієнтів умовних рівнянь дирекційних кутів і координат у трикутниках 324 і 456

№	Введення даних	Результат	Позначення	№	Введення даних	Результат	Позначення
1	В/О С/П	Δ324		1	В/О С/П	Δ456	
2	159,9957 С/П		S ₉ пр	2	159,9999 С/П		S ₁₀ л
3	160,0030 С/П		S ₈ лпв	3	159,9996 С/П		S ₁₁ пр
4	123°30'01,20" С/П		β ₅	4	123°29'59,96" С/П		β ₇
5		28°15'01,96" С/П	γ ₁₀ пр	5		28°14'56,91" С/П	γ ₁₃ л
6		28°14'56,90" С/П	γ ₉ лпв	6		28°15'00,11" С/П	γ ₁₄ пр
7		281,8843 С/П	S ₇ '	7		281,8846 С/П	S ₁₄ '
8		0,3464 С/П	K ₁ α(S ₉)	8		0,3463 С/П	K ₁ α(S ₁₀)
9		-0,3464 С/П	K ₂ α(S ₈)	9		-0,3463 С/П	K ₂ α(S ₁₁)
10		-0,5000	K ₃ α(β ₅)	10		-0,5000	K ₃ α(β ₅)
11	28°14'58,85" С/П		α ₃₄	11	151°44'59,03" С/П		α ₄₆
12		0,8809 С/П	cos α ₃₄ ' (S ₈)x	12		-0,8809 С/П	cos α ₄₆ ' (S ₁₁)x
13		0,4733	sin α ₃₄ ' (S ₈)y	13		+0,4733	sin α ₄₆ ' (S ₁₁)y
14	75,7418 С/П		ΔY ₃₄	14	98,6553 С/П		ΔY ₆₇

15		-0,1272 С/П	K ₁ (S ₉)x	15		-0,1656 С/П	K ₁ (S ₁₀)x
16		+0,1272 С/П	K ₂ (S ₈)x	16		+0,1656 С/П	K ₂ (S ₁₁)x
17		+0,1836	K ₃ (β ₅)x	17		+0,2391	K ₃ (β ₇)x
18	140,9456 С/П		ΔX ₃₄	18	140,8893 С/П		ΔX ₆₇
19		0,2367 С/П	K ₁ (S ₈)y	19		0,2366 С/П	K ₁ (S ₁₀)y

26

По аналогії отримали формули

$$(\gamma_6) = \frac{\rho}{ctg \gamma_6 + ctg \gamma_5} \left[\frac{(S_3)}{S_4} - \frac{(S_4)}{S_3} - \frac{(\beta_3)}{\rho} ctg \gamma_5 \right], (4,34)$$

$$(\gamma_9) = \frac{\rho}{ctg \gamma_9 + ctg \gamma_{10}} \left[\frac{(S_9)}{S_8} - \frac{(S_8)}{S_9} - \frac{(\beta_5)}{\rho} ctg \gamma_{10} \right], (4,35)$$

$$(\gamma_{14}) = \frac{\rho}{ctg \gamma_{14} + ctg \gamma_{13}} \left[\frac{(S_{10})}{S_{11}} - \frac{(S_{11})}{S_{10}} - \frac{(\beta_7)}{\rho} ctg \gamma_{13} \right], (4,36)$$

$$(\gamma_{17}) = \frac{\rho}{ctg \gamma_{17} + ctg \gamma_{18}} \left[\frac{(S_{16})}{S_{15}} - \frac{(S_{15})}{S_{16}} - \frac{(\beta_9)}{\rho} ctg \gamma_{18} \right], (4,37)$$

$$(\gamma_{22}) = \frac{\rho}{ctg \gamma_{22} + ctg \gamma_{21}} \left[\frac{(S_{17})}{S_{18}} - \frac{(S_{18})}{S_{17}} - \frac{(\beta_{11})}{\rho} ctg \gamma_{21} \right], (4,38)$$

Для перевірки коректності даних формул розробимо слідуочу методику. Складаємо програму розрахунку невимірених кутів гама і сторони в трикутнику лінійно-кутового методу несущільних спостережень, а також розрахунку коефіцієнтів умовного рівняння дирекційних кутів (див. Програму №2).

Умовне рівняння дирекційного кута для трикутника АВ1 буде

$$\frac{\rho}{ctg \gamma_1 + ctg \gamma_2} \left[\frac{(S_2)}{S_1} - \frac{(S_1)}{S_2} - \frac{(\beta_1)}{\rho} ctg \gamma_2 \right] + W_1 = 0, (4,39)$$

$$W_1 = \gamma_{1\text{вихід}} - \gamma_{1\text{вихід}} \quad (4,40)$$

І в нашому випадку нехай W₁=+14,01 для γ_{1вихід}=54°19'00"

Протокол №1 розрахунку невимірених кутів і сторін та коефіцієнтів умовного рівняння дирекційних кутів.

Незрівноваженні елементи	Зрівноваженні елементи
--------------------------	------------------------

№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
1	206265X ПВ		ρ''	1	В/0 С/П		
2	В/0 С/П			2	4959534 С/П		S _{23P}
3	4959534 С/П		S ₂ праве ММ	3	6095807,1 С/П		S _{13P}

15

		28°15'00,1 1" С/П	γ _{14пр}	5		35°00'04,4 0" С/П	γ ₁₇	
6		28°14'59,9 1" С/П	γ _{13л}	6		34°59'57,3 5" С/П	γ ₁₈	
7		281°8846	S ₁₄	7		281.7880	S _{14'}	
8	Б/П 93 С/П			8		0,8192		
9		0,8809 С/П	В(S ₁₀)	9		С/П	В(S ₁₆)	
10		0,8809 С/П	В(S ₁₁)	10		0,8191 С/П	В(S ₁₅)	
11		0,3672	В(β ₇)	11		0,4783	В(β ₉)	
		W=S ₁₄ -S _{14'} =+96,6мм						

Програма №2 розрахунку невимірних кутів і сторони ,коєфіцієнтів умовних рівнянь дирекційних кутів і координатних умовних рівнянь.

ФПР	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
Г										
00	С/П	ХП4	С/П	ХП5	:	ХП1	С/П	К ₀₁₁₁	ХП2	Fsin
10	ХП3	:	ПХ2	Ftg	F1/X	ХП6	-	ХПd	F1/X	Ftg ⁻¹
20	ХП7	К ₀₁₁₁	С/П	ПХ1	F1/X	ХП3	:	ПХ6	-	ХПС
30	F1/X	Ftg ⁻¹	ХП8	К ₀₁₁₁	С/П	ХП5	Fx ²	ПХ4	Fx ²	+
40	ПХе	ПХ5	ПХ4	X	2	X	ХП0	ПХ2	Fcos	X
50	ПХе	-	/-/	F√	С/П	ПХв	ХПd	ПХС	+	:
60	ХПС	ПХ4	:	ХП1	С/П	ПХС	ПХ5	:	/-/	ПХО
70	С/П	ПХС	ПХd	X	ПХв	:	/-/	ПХе	С/П	К ₀₁₁₁
80	ХП9	Fcos	ХПа	С/П	ПХ9	Fsin	ХП9	С/П	/-/	ПХв
90	:	ПХ6	ПХ1	X	С/П	ПХ6	ПХ0	X	С/П	ПХ6
100	ПХе	X	С/П	БП	89	F	АВТ			

Протокол №7 розрахунок коєфіцієнтів умовних рівнянь дирекційних кутів і координат у трикутниках АВ1 і 123

№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
1	206265X П6		ρ''	1	В/0 С/П	Δ123	
2	В/0 С/П	ΔАВ1		2	172,0037 С/П		S _{3лів}
3	172,0015 С/П		S ₂ праве	3	172,0023 С/П		S _{4пр}

24

$$S_{13P}=6095745+60,1=6095807,1\text{мм.}$$

$$V_{13P}=38^{\circ}56'04,98''+1'41,07''=38^{\circ}57'46,0''$$

Підставивши ці данні в програму ,отримаємо результат , приведений у протоколі №1. Як бачимо , γ₁ зрівноваженне відрізняється від γ₁ вихідного на 0,01" , що обумовлено похибками заокруглення мікрокалькулятора.

Замітимо ,що на початку роботи по програмі необхідно ввести ρ в реєстр в ,як це було показано у протоколі.В подальшому ця константа буде зберігатися. Програма написана для вітчизняних мікрокалькуляторів Електроника МК61 і МК52. Перемикач градуси-радіани слід поставити в крайне праве положення для роботи в градусній мірі.

5.Розробка координат умовних рівнянь.

Запишемо формули рішення прямої геодезичної задачі.

$$\Delta X_i = S_i \cos \alpha_i, \quad (5.1)$$

$$\Delta Y_i = S_i \sin \alpha_i, \quad (5.2)$$

Приймаючи до уваги ,що похідні

$$(\cos \alpha) = -\sin \alpha \quad (\sin \alpha) = \cos \alpha,$$

диференціюючи формули (5,1), (5,2) по незалежним змінним , отримаємо

$$d\Delta X_i = \cos \alpha_i dS_i - S_i \sin \alpha_i \frac{d\alpha_i}{\rho} \quad (5,3)$$

$$d\Delta Y_i = \sin \alpha_i dS_i + S_i \cos \alpha_i \frac{d\alpha_i}{\rho} \quad (5,3)$$

Запишемо формулу передачі координат по ходовій лінії, показаній пунктиром

$$X_C = X_B + S_1 \cos \alpha_{B1} + S_4 \cos \alpha_{13} + S_8 \cos \alpha_{34} + S_{11} \cos \alpha_{46} + S_{15} \cos \alpha_{67} + S_{18} \cos \alpha_{7C}, \quad (5.5)$$

$$Y_C = Y_B + S_1 \sin \alpha_{B1} + S_4 \sin \alpha_{13} + S_8 \sin \alpha_{34} + S_{11} \sin \alpha_{46} + S_{15} \sin \alpha_{67} + S_{18} \sin \alpha_{7C}, \quad (5.5)$$

Диференціюючи (5,5) і (5,6) ,отримаємо

$$dX_C = dX_B + \left[\cos \alpha_{B1} dS_1 - S_1 \sin \alpha_{B1} \frac{d\alpha_{B1}}{\rho} \right] + \\ + \left[\cos \alpha_{13} dS_4 - S_4 \sin \alpha_{13} \frac{d\alpha_{13}}{\rho} \right] +$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\cos \alpha_{34} dS_8 - S_8 \sin \alpha_{34} \frac{d\alpha_{34}}{\rho} \right] + \\
& + \left[\cos \alpha_{46} dS_{11} - S_{11} \sin \alpha_{46} \frac{d\alpha_{46}}{\rho} \right] + \\
& + \left[\cos \alpha_{67} dS_{15} - S_{15} \sin \alpha_{67} \frac{d\alpha_{67}}{\rho} \right] + \\
& + \left[\cos \alpha_{7c} dS_{18} - S_{18} \sin \alpha_{7c} \frac{d\alpha_{7c}}{\rho} \right], \quad (5,7)
\end{aligned}$$

17

Протокол №4 розрахунку невимірних кутів і сторони трикутників АВ1, СД7 та коефіцієнтів умовних рівнянь та вільних членів.

№	Введення даних	Результат	Позначення	№	Введення даних	Результат	Позначення
1	206,265 ХПв		const	1	В/С С/П		
2	В/О С/П			2	172,000 3 С/П		S _{18np}
3	172,001 5 С/П		S ₂	3	172,002 0 С/П		S _{17л}
4	171,996 2 С/П		S _{1л}	4	110°00' 00,82" С/П		β ₁₁
5	109°59' 58,49" С/П		β ₁	5	35°00' 0,37" С/П		γ _{22np}
6		34°59'5 8,55" С/П	γ _{2np}	6	34°59'5 8,93" С/П		γ _{21л}
7		35°00' 3,01" С/П	γ _{1л}	7	281,790 52		S _{21л}
8		281,785 67	S _{0л}	8	281,788 3 С/П	109°59' 56,10" С/П	β _{11л}
9	281,788 3 С/П		S ₀	9		-4,64" С/П	W _β

10		110°00' 03,90" С/П	β _{1л}	10		-1,7126 С/П	a(S _{17л})
11		+5,67" С/П	W _{β1}	11		-1,7126 С/П	a(S _{18np})
12		-1,7126 С/П	a(S _{1л})	12		-1	a(β ₁₁)
13		-1,7127 С/П	a(S _{2л})np	13			
14		-1	a(β ₁)				

22

Представимо умовні рівняння координат у вигляді

$$\begin{aligned}
& \left\{ \cos \alpha_{B1} - \frac{\Delta Y_{B1}}{\rho} \left[- \frac{\rho}{S_2 (\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \gamma_2)} \right] \right\} (S_1) - \frac{\Delta Y_{B1}}{\rho} \left[\frac{\rho}{S_1 (\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \gamma_2)} \right] (S_2) - \\
& - \frac{\Delta Y_{B1}}{\rho} \left[- \frac{\operatorname{ctg} \gamma_2 (\beta_1)}{(\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \gamma_2)} \right] + \cos \alpha_{13} (S_4) - \frac{\Delta Y_{13}}{\rho} (-\beta_4) - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[\frac{\rho}{S_4 (\operatorname{ctg} \gamma_6 + \operatorname{ctg} \gamma_5)} \right] (S_3) - \\
& - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[- \frac{\rho (S_4)}{S_3 (\operatorname{ctg} \gamma_6 + \operatorname{ctg} \gamma_5)} \right] - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[- \frac{\operatorname{ctg} \gamma_5}{\operatorname{ctg} \gamma_6 + \operatorname{ctg} \gamma_5} \right] (\beta_3) + \\
& \left\{ \cos \alpha_{34} - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[- \frac{\rho}{S_9 (\operatorname{ctg} \gamma_9 + \operatorname{ctg} \gamma_{10})} \right] \right\} (S_8) - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[\frac{\rho}{S_8 (\operatorname{ctg} \gamma_8 + \operatorname{ctg} \gamma_{10})} \right] (S_9) - \\
& - \frac{\Delta Y_{34}}{\rho} \left[- \frac{\operatorname{ctg} \gamma_{10} (\beta_1)}{(\operatorname{ctg} \gamma_9 + \operatorname{ctg} \gamma_{10})} \right] (\beta_3) - \frac{\Delta Y_{46}}{\rho} (-\beta_8) + \cos \alpha_{46} (S_{11}) - \\
& \left\{ \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[- \frac{\rho}{S_{10} (\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{13})} \right] \right\} (S_{11}) - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[\frac{\rho (\beta_7)}{S_{11} (\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{13})} \right] + \\
& + \left\{ \cos \alpha_{67} - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[- \frac{\rho}{S_{11} (\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{13})} \right] \right\} (S_{10}) - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[- \frac{\operatorname{ctg} \gamma_{13}}{(\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{13})} \right] (\beta_7) + \\
& + \left\{ \cos \alpha_{67} - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[- \frac{\rho}{S_{16} (\operatorname{ctg} \gamma_{17} + \operatorname{ctg} \gamma_{18})} \right] \right\} (S_{15}) - \\
& - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[- \frac{\rho}{S_{15} (\operatorname{ctg} \gamma_{17} + \operatorname{ctg} \gamma_{18})} \right] (S_{16}) - \frac{\Delta Y_{67}}{\rho} \left[- \frac{\operatorname{ctg} \gamma_{18}}{\operatorname{ctg} \gamma_{17} + \operatorname{ctg} \gamma_{18}} \right] (\beta_9) + \\
& + \cos_{7c} (S_{18}) - \frac{\Delta Y_{7c}}{\rho} (\beta_{12}) + W_X = 0 \quad (5.16)
\end{aligned}$$

Протокол № 2. Розрахунок істинних значень невимірених кутів і сторін для трикутників 234 і 456

$$\left\{ \sin \alpha_{B1} - \frac{\Delta Y_{B1}}{\rho} \left[-\frac{\rho}{S_2(\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \gamma_2)} \right] \right\} (S_1) + \frac{\Delta Y_{B1}}{\rho} \left[\frac{\operatorname{ctg} \gamma_5}{S_1(\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \gamma_2)} \right] (S_2) - \frac{\Delta X_{B1}}{\rho} \cdot \frac{\operatorname{ctg} \gamma_2(\beta_1)}{(\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \gamma_2)} + \sin \alpha_{13}(S_4) + \frac{\Delta X_{13}}{\rho}(-\beta_4) + \sin \alpha_{34}(S_8) + \frac{\Delta X_{34}}{\rho} \left\{ \frac{\rho}{\operatorname{ctg} \gamma_6 + \operatorname{ctg} \gamma_5} \left[\frac{(S_3)}{S_4} - \frac{(S_4)}{S_3} - \frac{(\beta_3)}{\rho} \operatorname{ctg} \gamma_5 \right] + \frac{\rho}{\operatorname{ctg} \gamma_9 + \operatorname{ctg} \gamma_{10}} \left[\frac{(S_9)}{S_8} + \frac{(S_8)}{S_9} - \frac{(\beta_5)}{\rho} \operatorname{ctg} \gamma_{10} \right] \right\} + \sin \alpha_{46}(S_{11}) + \frac{\Delta X_{46}}{\rho}(-\beta_6) + \sin \alpha_{67}(S_{15}) + \frac{\Delta X_{67}}{\rho} \left\{ \frac{\rho}{\operatorname{ctg} \gamma_{14} + \operatorname{ctg} \gamma_{13}} \left[\frac{(S_{10})}{S_{11}} - \frac{(S_{11})}{S_{10}} - \frac{(\beta_7)}{\rho} \operatorname{ctg} \gamma_{13} \right] + \frac{\rho}{\operatorname{ctg} \gamma_{17} + \operatorname{ctg} \gamma_{18}} \left[\frac{(S_{16})}{S_{15}} + \frac{(S_{15})}{S_{16}} - \frac{(\beta_9)}{\rho} \operatorname{ctg} \gamma_{18} \right] \right\} + \sin \alpha_{7C}(S_{18}) - \frac{\Delta X_{7C}}{\rho}(-\beta_{12}) + W_Y = 0, \quad (5.17)$$

19

В подальшому поставимо задачу на практиці перевірити дані теоретичної розробки.

Лише практична реалізація одночасного рішення даних умовних рівнянь під умовою мінімуму квадратів поправок підтвердить вартість даної теорії.

6. Розрахунок істинних значень координат.

Перевагою проведення досліджень на математичній моделі є можливість врахування похибок вихідних даних.

С початку розрахуємо істинні значення невимірених кутів гамма.

Протокол № 2. Розрахунок істинних значень невимірених кутів і сторін для трикутників АВ1, 123, 567, СД7.

№ п/п	Введення даних	результат	позначення	№ п/п	Введення даних	результат	позначення
1	В\О С\П			5		35°00'00,01" С\П	γ ₂
2	172,000		S ₂	6		35°00'00,01" С\П	γ ₁
3	172,000		S ₁	7		281,7883	S ₀
4	110°00'00,00"		β ₁	8			

№ п/п	Введення даних	результат	позначення	№ п/п	Введення даних	результат	позначення
1	В\О С\П			5		28°15'00,01" С\П	γ ₉
2	160,000		S ₈	6		8°15'00,01" С\П	γ ₁₀
3	160,000		S ₉	7		281,88503	S ₇
4	123°30'00,00" С\П		β ₅	8			

20

Таким чином діагональні сторони S₂₃, S₅₆ розрахованих з різних чотирикутників, будуть відрізнятися на 96,73 мм.

Таблиця №2. Розрахунок істинних координат пунктів хордової лінії

№ пунктів	Формули кутів	Кути передачі	Дирекційні кути	Сторони	Назви	Координати	
						X	Y
A							
			180°00'00,00"				
B	γ ₁	35°00'00,00"		172,000	S ₁	1000,000	1000,000
1	-β ₄	70°00'00,00"		172,000	S ₄	1140,8942	1098,6552
3	γ ₆ +γ ₉	63°15'00,00"		160,000	S ₉	1000,000	1197,3104
4	-β ₈	56°30'00,00"		160,000	S ₁₁	1140,9425	1273,0415
6	γ ₁₄ +γ ₁₇	63°15'00,00"		172,000	S ₁₅	1000,000	1348,7726
7	-β ₁₂	70°00'00,00"		172,000	S ₁₈	1140,8942	1447,4278

С	γ_{22}	35°00'00,00"	0,00"			1000,000	1546,0830
Д			360°00'00,00"				

7. Розрахунок вільних членів і коефіцієнтів умовних рівнянь.

Програма №1 розрахунку невимірних кутів гама ,сторони прилеглої до даних кутів ,коефіцієнтів умовних рівнянь трикутника і чотирикутника та їх вільних членів.

ФП РГ	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	С/П	ХП4	С/П	ХП5	:	ХП1	С/П	К ₀₁₁₁	ХП2	Fsin
10	ХП3	:	ПХ2	Ftg	F1/X	ХП6	-	ХПd	F1/X	Ftg ⁻¹
20	ХП7	К ₀₁₁₁	С/П	П/Х	F1/X	ХП3	:	ПХ6	-	ХПС
30	F1/X	Ftg ⁻¹	ХП8	К ₀₁₁₁	С/П	ХП5	Fx ²	ПХ4	Fx ²	+
40	ПХe	ПХ5	ПХ6	X	2	X	ХП0	ПХ2	Fcos	X
50	ПХe	-	/-/	F√	С/П	Fx ²	ПХe	-	/-/	ПХО
60	:	Fcos ⁻¹	ХПа	К ₀₁₁₁	С/П		ПХ2	-	К ₀₁₁₁	С/П
70	ПХ _B	ПХ5	:	ХПС	ПХ8	Ftg	F1/X	X-	/-/	С/П
80	ПХ _B	ПХ4	:	ХПd	ПХ7	Ftg	F1/X	X	/-/	С/П
90	1	/-/	С/П	ПХ8	Fcos		ПХ7	Fcos	С/П	ПХ4
100	ПХ7	Fsin	X	ПХ8	:	F	АВТ			

21

$$\begin{aligned}
 dY_C = & dY_B + \left[\sin \alpha_{B1} dS_1 - S_1 \cos \alpha_{B1} \frac{d\alpha_{B1}}{\rho} \right] + \\
 & + \left[\sin \alpha_{13} dS_4 - S_4 \cos \alpha_{13} \frac{d\alpha_{13}}{\rho} \right] + \\
 & + \left[\sin \alpha_{34} dS_8 - S_8 \cos \alpha_{34} \frac{d\alpha_{34}}{\rho} \right] + \\
 & + \left[\sin \alpha_{46} dS_{11} - S_{11} \cos \alpha_{46} \frac{d\alpha_{46}}{\rho} \right] + \\
 & + \left[\sin \alpha_{67} dS_{15} - S_{15} \cos \alpha_{67} \frac{d\alpha_{67}}{\rho} \right] + \\
 & + \left[\sin \alpha_{7C} dS_{18} - S_{18} \cos \alpha_{7C} \frac{d\alpha_{7C}}{\rho} \right], \quad (5,8)
 \end{aligned}$$

Приймаючи до уваги ,що хід опирається на пункти старшого класу ,або отримані по системі GPS з більшою точністю ,тоді dX_C=0; dX_B=0; dY_C=0; dY_B=0.

Переходячі до поправок ,умовні рівняння координат в загальному випадку будуть

$$\sum_{i=1}^n \left[\cos \alpha_i (S_i) - S_i \sin \alpha_i \frac{(\alpha_i)}{\rho} \right] + W_X = 0, \quad (5,9)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\sin \alpha_i (S_i) + S_i \cos \alpha_i \frac{(\alpha_i)}{\rho} \right] + W_Y = 0, \quad (5,10)$$

або з врахуванням (5,1), (5,2)

$$\sum_{i=1}^n \left[\cos \alpha_i (S_i) - \Delta Y_i \frac{(\alpha_i)}{\rho} \right] + W_X = 0, \quad (5,11)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\sin \alpha_i (S_i) + \Delta X_i \frac{(\alpha_i)}{\rho} \right] + W_Y = 0, \quad (5,12)$$

де (S_i)-поправки у відповідні виміряні сторони, (α_i)-поправки у дирекційні кути.

При цьому

$$\left. \begin{aligned}
 (\alpha_{B1}) &= (\gamma_1), & (\alpha_{13}) &= -(\beta_4), & (\alpha_{34}) &= (\gamma_6) + (\gamma_9), \\
 (\alpha_{46}) &= -(\beta_8), & (\alpha_{67}) &= (\gamma_{14}) + (\gamma_{17}), & (\alpha_{7C}) &= -(\beta_{12}),
 \end{aligned} \right\} \quad (5,13)$$

$$W_X = X_{\text{Свирах}} - X_{\text{Свихід}}, \quad (5,14)$$

$$W_Y = Y_{\text{Свирах}} - Y_{\text{Свихід}}, \quad (5,14)$$

Коефіцієнти для поправок (γ_i) беруться на основі формул (4,33)-(4,38).

18

Протокол №5 розрахунку невимірних кутів і сторін у чотирикутнику 1234 та коефіцієнтів умовних рівнянь.

№	Введення даних	Результати	Позначення	№	Введення даних	Результати	Позначення
1	В/О С/П			1	В/О С/П		
2	172,0023 С/П		S ₄ ПР	2	160,003 0 С/П		S _{8л}
3	172,0037 С/П		S ₃ ЛІВ	3	159,995 7 С/П		S ₉ ПР
4	110°00'01,48 " С/П		β ₃	4	123°30' 01,20" С/П		B ₅
5		34°59'5 9,86" С/П	γ ₆ ПР	5		28°14'5 6,90" С/П	γ _{9л}
6		34°59'5 8,69" С/П	γ ₅ ЛІВ	6		28°15'0 1,196" С/П	γ ₁₀ ПР
7		281,793 9	S ₇	7		281,884 3	S ₇ '

8	БП 93 СП			8	БП 93 С/П		
9		0,8192 СП		9		0,8809 СП	в(S ₉) _{пр}
10		0,8192 СП		10		0,8809 СП	в(β ₈)
11		0,4783		11		0,3672	в(β ₅)
W=S ₇ -S ₇ '=-90,4 мм							

Протокол №6 розрахунку невимірних кутів і сторін у чотирикутнику 4567 та коефіцієнтів умовних рівнянь.

№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
1	В/0 С/П			1	В/0 С/П		
2	59,9996 /П		S ₁₁ праве	2	171,9961 С/П		S ₁₅
3	159,9999 С/П		S ₁₀ ліве	3	172,0045 С/П		S ₁₆
4	123°29'59,96" СП		β ₇	4	109°59'58,43" СП		β ₉

4	6095747 СП		S ₁ ЛІВЕ ММ	4	38°57'4 6,05" СП	86°43'13,9 9" СП	β _{13р} , γ _{23р}
5	38°56'0 4,98"		β ₁	5		54°18'59,9 9" СП	γ _{13р}
6		86°44'4 1,05" СП	γ ₂ ПРАВЕ	6		3839425,4	S _{AB}
7		54°19'1 4,01" СП	γ ₂ ЛІВЕ	7			
8		3836968 ,3 СП	S _{AB}				
9		+0,0536 7 СП	K(S ₂)				
10		-0,04366 СП	K(S ₁)				
11		- 0,07339 7	K(β ₁)				
Σ		101739					

Вирахуємо корелату K'

$$K'_r = -\frac{W}{[K^2]}, \quad (4,41)$$

I в нашому випадку

$$K'_r = -\frac{+14,01}{0,0101739} = -1377,053$$

Найдемо поправки у виміряні величини

$$v_{S_2} = K_r \cdot K_{S_2}, \quad (4,42)$$

$$v_{S_1} = K_r \cdot K_{S_1}, \quad (4,43)$$

$$v_{\beta_1} = K_r \cdot K_{\beta_1}, \quad (4,44)$$

де K_{Si}, S, β_i-коефіцієнти умовного рівняння дирекційних кутів .

В нашому випадку отримаємо

$$v_{S_2} = -73,9 \text{ мм}, \quad v_{S_1} = +60,1 \text{ мм}, \quad v_{\beta_1} = +101,07''$$

Тоді

$$S_{23р} = 4959534 - 73.9 = 4959460,1 \text{ мм},$$

4	171,9962 С/П		S ₁ ЛІВ	4	110°00' 01,48" СП		β ₃
5	109°59'5 8,49" СП		β ₁	5		34°59'58,69" СП	γ ₅ ЛІВ
6		34°59'58 ,55" СП	γ ₂ ПР	6		34°59'59,85" СП	γ ₆ ПР
7		34°00'03 ,01" СП	γ ₁ ЛІВ	7		281,79392 СП	S ₇
8		281,7857 СП	S' ₀	8		0,419837 СП	K ₁ α(S ₃)
9		0,4198 СП	K ₁ α(S ₂)	9		-0,41984 СП	K ₂ α(S ₄)
10		-0,4199 СП	K ₂ α(S ₁)	10		-0,5000	K ₃ α(β ₃)
11		-0,5000	K ₃ α(β ₂)	11	145°00' 02,09" СП		α ₁₃
12	35°00'03 ,01" СП		α _{В1}	12		-0,8192 СП	Cosα ₁₃ (S ₄) x

13		0,8191 С/П	Cos α_{B1} (S ₁)x	13		0,5736 С/П	Sin α_{13} (S ₄)y
14		0,5736	sin α_{B1} (S ₁)y	14	75,731 8 С/П		ΔY_{34}
15	98,655 С/П		ΔY_{B1}	15		-0,1541 С/П	K ₁ (S ₃)x
16		-0,2008 С/П	K ₁ (S ₂)x	16		0,1541 С/П	K ₂ (S ₄)x
17		+0,2008 С/П	K ₂ (S ₁)x	17		0,1836	K ₃ (β_3)x
18		+0,2391	K ₃ (β_2)x	18	140,94 56 С/П		ΔX_{34}
19	140.8896 С/П		ΔX_{B1}	19		0,2868 С/П	K ₁ (S ₃)y
20		0,2867 С/П	K ₁ (S ₂)y	20		-0,2868 С/П	K ₂ (S ₄)y
21		-0,2867 С/П	K ₂ (S ₁)y	21		-0,3416	K ₃ (β_3)y
22		-0,3415	K ₃ (β_2)y				

25

$$d\gamma_1 = \frac{\rho}{1 + ctg^2 \gamma_1} \left[\frac{S_1}{S_2^2 \sin \beta_1} dS_2 - \frac{dS_1}{S_2 \sin \beta_1} + \frac{d\beta_1}{\rho \sin^2 \beta_1} \frac{S_1}{S_2 \cos \beta_1} - \frac{d\beta_1}{\rho} \frac{1}{\sin^2 \beta_1} \right],$$

буде

$$d\gamma_1 = \rho \sin^2 \gamma_1 \left[(ctg \gamma_1 + ctg \beta_1) \frac{dS_2}{S_2} - \frac{ctg \gamma_1 + ctg \beta_1}{S_1} dS_1 + \frac{d\beta_1}{\rho} (ctg \gamma_1 + ctg \beta_1) \frac{\cos \beta_1}{\sin \beta_1} - \frac{d\beta_1}{\rho} \frac{S_2^2}{S_1^2} (ctg \gamma_1 + ctg \beta_1) \right]$$

або

$$d\gamma_1 = \rho \sin^2 \gamma_1 (ctg \gamma_1 + ctg \beta_1) \left[\frac{dS_2}{S_2} - \frac{dS_1}{S_1} + \frac{d\beta_1}{\rho} \left(ctg \beta_1 - \frac{S_2^2}{S_1^2} \frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} \right) \right],$$

із врахуванням формули (2.3)

$$d\gamma_1 = \rho \left(\frac{\sin^2 \gamma_1 \sin \gamma_2}{\sin \gamma_1 \sin \beta_1} \right) \left[\frac{dS_2}{S_2} - \frac{dS_1}{S_1} + \frac{d\beta_1}{\rho} \left(ctg \beta_1 - \frac{S_2}{S_1 \sin \beta_1} \right) \right], \quad (4.30)$$

Приймаючи до уваги формулу (2.1) запишемо

$$\frac{\sin \beta_1}{\sin \gamma_1 \sin \gamma_2} = ctg \gamma_1 + ctg \gamma_2,$$

i

$$\frac{1}{ctg \gamma_1 + ctg \gamma_2} = \frac{\sin \gamma_1 \sin \gamma_2}{\sin \beta_1}, \quad (4.31)$$

а на основі формули (2.9) запишемо

$$\frac{S_2}{S \sin \beta_1} = ctg \gamma_2 + ctg \beta_1, \quad (4.32)$$

тоді формула (4.30) буде

$$d\gamma_1 = \frac{\rho}{ctg \gamma_1 + ctg \gamma_2} \left[\frac{dS_2}{S_1} - \frac{dS_1}{S_2} + \frac{d\beta_1}{\rho} (ctg \beta_1 - ctg \gamma_2 - ctg \beta_1) \right],$$

і в кінцевому результаті формула набуде вигляду

$$(\gamma_1) = \frac{\rho}{ctg \gamma_1 + ctg \gamma_2} \left[\frac{(S_2)}{S_1} - \frac{(S_1)}{S_2} - \frac{(\beta_1)}{\rho} ctg \gamma_2 \right], \quad (4.33)$$

Формула (4.33) зручна для програмування і буде робочою формулою для умовного рівняння дирекційних кутів.

14

20	-0,2367 С/П	K ₂ (S ₈)y	20	-0,2366С/П	K ₂ (S ₁₁)y
21	-0,3417	K ₃ (β_5)y	21	-0,3415	K ₃ (β_7)y

Протокол №9 розрахунку коефіцієнтів умовних рівнянь дирекційних кутів і координат у трикутниках 567 і 7СД.

№	Ведення даних	Результат	Позначення	№	Ведення даних	результат	Означен.
1	2	3	4	5	6	7	8
1	В/О С/П	$\Delta 567$		1	В/О С/П	$\Delta 7СД$	
2	172,0045 С/П		β_{16} п.р.	2	172,0020 С/П		S _{17п}
3	171,9961 С/П		S ₁₅ лів	3	172,0003 С/П		S _{18п.р}
4	109°59' 58.43" С/П		β_9	4	110°00' 00.82" С/П		β_{11}
5		34°59' 57.35" С/П	γ_{18} п.р.	5		34°59' 58.93" С/П	γ_{21} л.

6		35°00' 04.40" С/П	$\gamma_{17 \text{ лів}}$	6		35°00' 00.36" С/П	$\gamma_{22 \text{ пр}}$
7		281,7880 С/П	S_{14}	7		281,7905 С/П	S_{21}
8		0,4198 С/П	$K_1\alpha(S_{16})$	8		0,4198 С/П	$K_1\alpha(S_{17})$
9		-0,4198 С/П	$K_2\alpha(S_{18})$	9		-0,4198 С/П	$K_2\alpha(S_{18})$
10		-0,5000 С/П	$K_3\alpha(\beta_9)$	10		-0,5000	$K_3\alpha(\beta_{11})$
11	35°00' 03.54" С/П		α_{67}	11	145°00' 03.41" С/П		α_{7C}
12		0,8191 С/П	$\cos\alpha_{67} \cdot (S_{15})x$	12		-0,8192 С/П	$\cos\alpha_{7C} \cdot (S_{18})x$
13		0,5736	$\sin\alpha_{67} \cdot (S_{15})y$	13		+0,5736 С/П	$\sin\alpha_{7C} \cdot (S_{18})y$
14	98,6553 С/П		ΔY_{67}	14	98,6530 /-/		$-\Delta Y_{7C}$
15		-0,2008 С/П	$K_1(S_{16})x$	15	ПХВ:/-/	+0,4783	$K(-\beta_{12})x$

27

$$(\alpha_{67}) = (\alpha_{46}) + (\gamma_{14}) + (\gamma_{17}), (4.14)$$

$$(\alpha_{7C}) = (\alpha_{67}) - (\beta_{12}), (4.15)$$

$$(\alpha_{CD}) = (\alpha_{7C}) + (\gamma_{22}), (4.16)$$

де вимірний член умовного рівняння дирекційних кутів

$$W_\alpha = \alpha_{CD \text{ вирах.}} - \alpha_{CD \text{ двихідн.}}, (4.17)$$

Для трикутника АВ1 невимірний кут γ_1 розраховується за формулою

$$\gamma_1 = \text{arccctg} \left[\frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} - \text{ctg} \beta_1 \right], (4.18)$$

Диференціюючи формулу (4.18) по змінній S_2 і враховуючи, що похідні

$$(\text{arccctg} X)' = \frac{1}{1+x^2},$$

$$\left(\frac{U}{V} \right)' = \frac{VU' - UV'}{V^2},$$

$$(\sin X)' = \cos X,$$

$$(\text{ctg} X)' = -\frac{1}{\sin^2 X},$$

одержимо

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial S_2} = -\frac{-\frac{S_1 \sin \beta_1}{S_2 \sin^2 \beta_1}}{1 + \left[\frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} - \text{ctg} \beta_1 \right]^2},$$

або

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial S_2} = \frac{1}{1 + \text{ctg}^2 \gamma_1} \left[\frac{S_1}{S_2^2 \sin \beta_1} \right], (4.19)$$

Диференціюючи формулу (4.18) по змінній S_1 , отримаємо

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial S_1} = \frac{1}{S_2 \sin \beta_1} \frac{1}{1 + \left[\frac{S_1}{S_2 \sin \beta_1} - \text{ctg} \beta_1 \right]^2},$$

12

Приймаючи до уваги, що кутові виміри виконано з точністю $\Delta\beta=2''$, а лінії з точністю $\Delta S=5\text{мм}$, прийемо ваги кутових вимірів $\rho_\beta = 1$.

Тоді ваги лінійних вимірів будуть
І в нашому випадку

$$P_S = \frac{\Delta^2 \beta}{\Delta^2 S}, (7.1)$$

тоді, коефіцієнти умовних рівнянь сторін $K_i(S_i)$ необхідно помножити на 2,5.

$$P_S = \frac{4}{25} = 0.16, \quad \text{а} \quad \frac{1}{\sqrt{P_S}} = 2.5.$$

Таблиця №4. Коефіцієнти нормальних рівнянь (елементи формул)

Назва поправки	ΔAB1	ΔCD7	Δ1234	Δ4567	(α)	(X')	(Y')
	a	b	c	d	e	f	g
(S ₁)	$-\frac{[\rho/S_1]}{ctg\gamma_1}$				$-\rho/\left[\frac{S_1(ctg\gamma_1 + ctg\gamma_2)}{+ctg\gamma_2}\right]$	$-\frac{[\Delta Y_{B1}/\rho]}{\cos\alpha_{B1}}$	$\frac{[\Delta Y_{B1}/\rho]}{\sin\alpha_{B1}}+$
(S ₂)	$-\frac{[\rho/S_2]}{ctg\gamma_2}$				$\rho/\left[\frac{S_1(ctg\gamma_1 + ctg\gamma_2)}{+ctg\gamma_2}\right]$	$-\Delta Y_{B1}/\rho$	$\Delta X_{B1}/\rho$
(S ₃)			$\cos\gamma_5$		$\rho/\left[\frac{S_4(ctg\gamma_6 + ctg\gamma_5)}{+ctg\gamma_5}\right]$	$-\Delta Y_{34}/\rho$	$\Delta X_{34}/\rho$
(S ₄)			$\cos\gamma_6$		$-\rho/\left[\frac{S_3(ctg\gamma_6 + ctg\gamma_5)}{+ctg\gamma_5}\right]$	$-\frac{[\Delta Y_{34}/\rho]}{\cos\alpha_{34}}$	$\frac{[\Delta Y_{34}/\rho]}{\sin\alpha_{34}}+$
(S ₈)			$-\cos\gamma_9$		$-\rho/\left[\frac{S_9(ctg\gamma_5 + ctg\gamma_{10})}{+ctg\gamma_{10}}\right]$	$-\frac{[\Delta Y_{34}/\rho]}{\cos\alpha_{34}}$	$\frac{[\Delta Y_{34}/\rho]}{\sin\alpha_{34}}+$
(S ₉)			$-\cos\gamma_{10}$		$\rho/\left[\frac{S_8(ctg\gamma_9 + ctg\gamma_{10})}{+ctg\gamma_{10}}\right]$	$-\Delta Y_{34}/\rho$	$\Delta X_{34}/\rho$
(S ₁₀)			$\cos\gamma_{13}$		$\rho/\left[\frac{S_{11}(ctg\gamma_{14} + ctg\gamma_{13})}{+ctg\gamma_{13}}\right]$	$-\Delta Y_{67}/\rho$	$\Delta X_{67}/\rho$

29

Або

$$S_7 dS_7 = (S_3 - S_4 \cos \beta_3) dS_3 + (S_4 - S_3 \cos \beta_3) dS_4 + S_3 S_4 \sin \beta_3 \frac{d\beta_3}{\rho}, \quad (3.3)$$

З врахуванням очевидних співвідношень, як і раніше отримаємо

$$S_3 ctg\gamma_6 \sin\beta_3 = S_4 - S_3 \cos\beta_3, \quad (3.4)$$

$$S_4 ctg\gamma_5 \sin\beta_3 = S_3 - S_4 \cos\beta_4, \quad (3.5)$$

Отримаємо

$$S_7 dS_7 + S_4 \gamma_5 \sin \beta_3 dS_3 + S_3 ctg\gamma_6 \sin \beta_3 dS_4 + S_3 S_4 \sin \beta_3 \frac{d\beta_3}{\rho}, \quad (3.6)$$

Згідно теореми синусів запишемо

$$\frac{S_7}{\sin \beta_4} = \frac{S_3}{\sin \gamma_6} = \frac{S_4}{\sin \gamma_5}, \quad (3.7)$$

Звідки

$$S_4 = \frac{S \sin \gamma_5}{\sin \beta_3}; \quad S_3 = \frac{S_7 \sin \gamma_6}{\sin \beta_3}, \quad (3.8)$$

Підставляючи (3.8) у (3.6) будемо мати

$$S_7 dS_7 = S_7 \frac{\sin \gamma_5 \cos \gamma_5}{\sin \beta_3 \sin \gamma_5} \sin_3 dS_3 + S_7 \frac{\sin \gamma_6 \cos \gamma_6}{\sin \beta_3 \sin \gamma_6} \sin \beta_3 dS_4 + S_7 \frac{\sin \gamma_6}{\sin \beta_3} S_4 \sin \beta_3 \frac{d\beta_3}{\rho}, \quad (3.9)$$

І після деяких перетворень

$$dS_7' = \cos \gamma_5 dS_3 + \cos \gamma_6 dS_4 + \sin \gamma_6 \frac{S_4}{\rho} d\beta_3, \quad (3.10)$$

По аналогії для трикутника 234 запишемо

$$dS_7' = \cos \gamma_{10} dS_9 + \cos \gamma_9 dS_8 + \sin \gamma_9 \frac{S_8}{\rho} d\beta_5, \quad (3.11)$$

Замінюючи диференціали поправками у виміряні величини, умовне рівняння чотирикутника представимо у вигляді

$$\cos \gamma_5 (S_3) + \cos \gamma_6 (S_4) + \frac{S_4}{\rho} \sin \gamma_6 (\beta_3) - \cos \gamma_{10} (S_9) - \cos \gamma_9 (S_8) -$$

$$\sin \gamma_9 \frac{S_8}{\rho} (\beta_5) + W_3 = 0, \quad (3.12)$$

$$\text{де } W_3 = S_7 - S_7', \quad (3.13)$$

10

Таблиця №5. Коефіцієнти умовних рівнянь без врахування ваг.

Назва поправки	ΔAB1	ΔCD7	Δ1234	(α)	(X')(α)+ cosα	(Y')(α) sinα	$V'' \frac{1}{\sqrt{P_s}}$ мм
	a	b	c	d	e	f	g

(S ₁)	-1,7126				-0,4199	+0,2008 +0,8191	-0,2867 +0,5736
(S ₂)	-1,7127				+0,4198	-0,2008	+0,2867
(S ₃)			0,8192		+0,4198	-0,1541	+0,2868
(S ₄)			0,8192		-0,4198	+0,1541 -0,8192	-0,2868 +0,5736
(S ₈)			-0,8809		-0,3464	+0,1272 +0,8809	-0,2367 +0,4733
(S ₉)			-0,8809		+0,3464	-0,1272	+0,2367
(S ₁₀)			0,8809		+0,3463	-0,1656	+0,2366
(S ₁₁)			0,8809		-0,3463	+0,1656 -0,8809	-0,2366 0,4733
(S ₁₅)				-0,8191	-1,0495	+0,2008 +0,8191	-0,2867 +0,5736
(S ₁₆)				-0,8192	+0,4198	-0,2008	+0,2867
(S ₁₇)		-1,7126			+0,4198		
(S ₁₈)		-1,7127			-0,4198	-0,8192	+0,5736
(β ₁)	-1				-0,5000	+0,2391	-0,3415
(β ₃)			0,4783		-0,5000	+0,1836	-0,3416
(β ₄)					-1	+0,4783	+0,6831
(β ₅)			-0,3672		-0,5000	+0,1836	-0,3417
(β ₇)				+0,3672	-0,5000	+0,2391	-0,3415
(β ₈)					-1	+0,3672	+0,6833
(β ₉)				-0,4783	-0,5000	+0,2391	-0,3415
(β ₁₁)					-0,5000		

31

Продиференціювавши (2.11) по незалежним змінним, будемо мати

$$2S_0 dS_0 = 2S_1 dS_1 + 2S_2 dS_2 - 2S_2 \cos \beta_1 dS_1 - 2S_1 \cos \beta_1 dS_2 + 2S_1 S_2 \sin \beta_1 \frac{d\beta_1}{\rho} \quad (2.12)$$

або

$$S_0 dS_0 = (S_1 - S_2 \cos \beta_1) dS_1 + (S_2 - S_1 \cos \beta_1) dS_2 + S_1 S_2 \sin \beta_1 \frac{d\beta_1}{\rho} \quad (2.13)$$

Представимо формули (2.7) (2.9) у вигляді

$$S_2 \operatorname{ctg} \gamma_1 \sin \beta_1 = S_1 - S_2 \cos \beta_1, \quad (2.14)$$

і

$$S_1 \operatorname{ctg} \gamma_2 \sin \beta_1 = S_2 - S_1 \cos \beta_1, \quad (2.15)$$

$$S_0 dS = dS_1 S_2 \operatorname{ctg} \gamma_1 \sin \beta_1 + dS_2 \operatorname{ctg} \gamma_2 \sin \beta_1 + S_1 S_2 \sin \beta_1 \frac{d\beta_1}{\rho}, \quad (2.16)$$

Тоді, вираз (2.13) з врахуванням формули (2.14) і (2.15) буде (2.16) Якщо вихідна сторона S_0 відома на порядок з вищою точністю, то вона буде const, і $S_0=0$, тоді вираз набуде вигляду

$$dS_1 S_2 \operatorname{ctg} \gamma_1 \sin \beta_1 + dS_2 S_1 \operatorname{ctg} \gamma_2 \sin \beta_1 + S_1 S_2 \sin \beta_1 \frac{d\beta_1}{\rho}, \quad (2.17)$$

Помножимо на $\frac{\rho}{(S_1 - S_2) \sin \beta_1}$ кожний член виразу (2.17) і отримаємо

$$\frac{\rho}{S_1} \operatorname{ctg} \gamma_1 dS_1 + \frac{\rho}{S_2} \operatorname{ctg} \gamma_2 dS_2 + d\beta_1 = 0, \quad (2.18)$$

Формула (2.18) справедлива при безпомилкових вимірах $S_1 S_2 \beta_1$.

При наявності додаткових похибок вимірів формула (2.18) набуває вигляду

$$\frac{\rho}{S_1} \operatorname{ctg} \gamma_1 dS_1 + \frac{\rho}{S_2} \operatorname{ctg} \gamma_2 dS_2 + d\beta_1 - W = 0, \quad (2.19)$$

І замінюючи диференціали поправками у виміряні величини, отримаємо

$$\frac{\rho}{S_1} \operatorname{ctg} \gamma_1 (S_1) + \frac{\rho}{S_2} \operatorname{ctg} \gamma_2 (S_2) + (\beta_1) - W = 0, \quad (2.20)$$

умовне рівняння трикутника лінійно-кутового методу несучільних спостережень

де $(S_1), (S_2), \beta_1$ - поправки у відповідні виміряні величини, які необхідно знайти

за

способом найменших квадратів.

8

(β ₈)					-1	0,3672	0,6833	+0,01
(β ₉)				-0,4783	-0,5000	0,2391	-0,3415	+2,72
(β ₁₁)		-1			-0,5000			+0,07
(β ₁₂)					-1	0,4783	0,6831	+0,03

W	5.47''	-4.64''	-90.4мм	96,6мм	3,78''	-10.3''	-1.0мм	
---	--------	---------	---------	--------	--------	---------	--------	--

Розрахунок коефіцієнтів нормальних рівнянь, їх рівняння.

Таблиця №7. Коефіцієнти нормальних рівнянь

	a]	b]	c]	d]	e]	f]	g]	W	Σ
[a	37.6650	0	0	0	0.5010	-9.0066	-5.7984	5.47''	28.831
[b		37.6625	0	0	0.5000	8.7685	-6.1397	-4.64''	36.1513
[c			18.4516	0	-0.0556	-9.0236	0.2930	-90.4 мм	-80,7346
[d				18.4508	0,0556	-9,0696	-0,2929	96,6 мм	105,7436
[e					16,3114	-6,0504	-2,7016	3,78''	12,3401
[f						31,2674	-0,9342	10,3''	
[g							8..5246	-1.00''	-8.0492

Таблиця №8. Коефіцієнти нормальних рівнянь по схемі Гауса

a	b	c	d	e	f	g	W	Σ	Конт.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
37,6650,0	0	0	0	0,5010	-9,0066	-5,7984	5,47	28,831	
-1	0	0	0	-0,01331	0,239124	0,153947	-0,145228	-0,76546	0,765458
	37,6625	0	0	0,5000	8,7685	-6,1397	-4,64	36,1513	
	0	0	0	0	0	0	0	0	
	37,6625	0	0	0,5000	8,7685	-6,1397	-4,64	36,1513	
	-1	0	0	-0,01328	0,23282	0,163019	0,123199	-0,95988	-0,95988
		18,4516	0	-0,0556	-9,0236	0,2930	-90,4	-80,7346	
		0	0	0	0	0	0	0	
		0	0	0	0	0	0	0	
		18,4516	0	-0,0556	-9,0236	0,2930	-90,4	-80,7346	
		-1	0	0,003013	0,489042	-0,01588	4,899304	4,375480	4,375480
			18,4508	0,0553	-9,0696	-0,2929	+96,6	105,7436	
			0	0	0	0	0	0	
			0	0	0	0	0	0	
			0	0	0	0	0	0	
			18,4508	0,0553	-9,0696	-0,2929	+96,6	105,7436	
			-1	-0,00299	0,491556	0,015875	-5,35545	-5,731112	-5,73111
				16,3114	-6,0504	-2,7016	3,78	12,3401	
				-0,00666	0,119801	0,077127	-0,072759	-0,383445	

S ₁₁	160.000	-0.4	159.9996	β ₈	56□30□ 00.00□	-0.18	56□29□ 58.82□
S ₁₅	172.000	-3.9	171.9961	β ₉	110□00□ 00.00□	-1.57	109□59□ 58.43□

S ₁₆	172.000	+4.5	172.0045	β ₁₀	70□00□ 00.00□	+1.80	70□00□ 01.80□
S ₁₇	172.000	+2.0	172.0020	β ₁₁	110□00□ 00.00□	+0.80	110□00□ 00.82□
S ₁₈	172.000	+0.3	172.0003	β ₁₂	70□00□ 00.00□	+0.13	70□00□ 00.13□

2. Розробка умовного рівняння трикутника.

В дослідженій мережі виникає два умовні рівняння трикутників, у яких виміряні дві сторони і кут між ними. Сторони опираються на вихідну сторону, визначену з більш високою точністю.

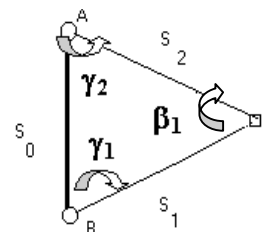


Рис.2. Трикутник лінійно-кутового методу несущих спостережень

$$ctgX + ctgY = \frac{\sin(X + Y)}{\sin X + \sin Y}, \quad (2.1)$$

в нашому випадку отримаємо

$$ctg\gamma_1 + ctg\beta_1 = \frac{\sin(\gamma_1 + \beta_1)}{\sin \gamma_1 \sin \beta_1}, \quad (2.2)$$

де γ_1 – невиміряний кут, β_1 – виміряний кут на пункті 1.

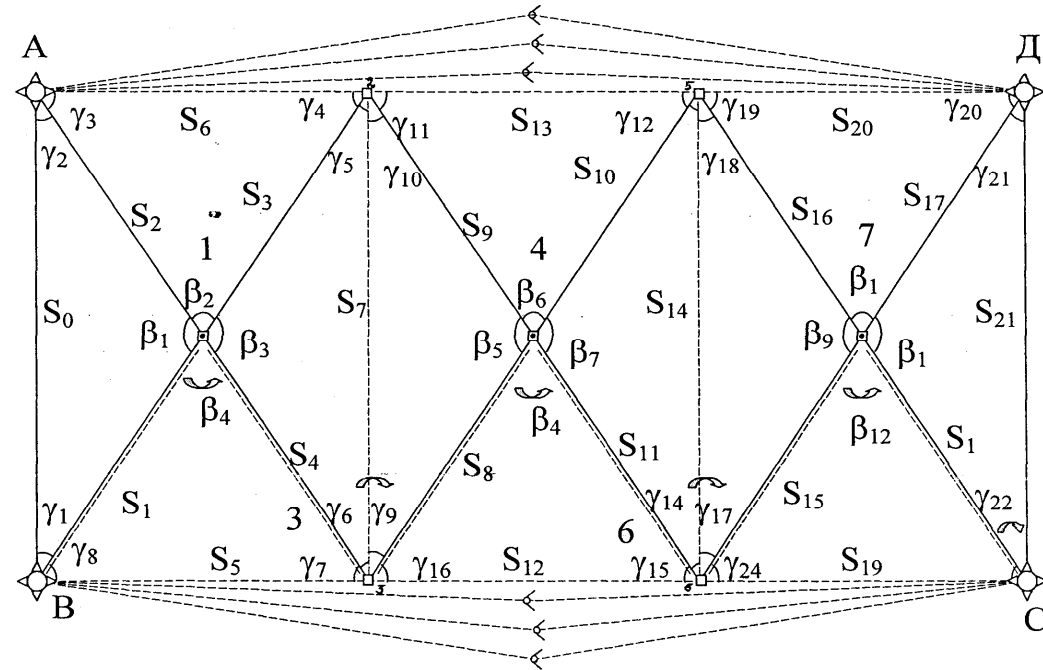
Представимо вираз (2.2) у вигляді

$$ctg\gamma_1 + ctg\beta_1 = \frac{\sin(180^\circ - \gamma_1)}{\sin \gamma_1 \sin \beta_1},$$

9. Контроль зрівноваження. Аналіз точності.
Протокол №10. Розрахунок невиміряних кутів і сторони по зрівноваженим сторонам і кутам.

№ п/п	Введення даних	Результат	озн.	№ п/п	Введення даних	Результат	Поз н.
1	В/О, С/П	$\Delta AB1$		1	В/О, С/П	$\Delta CD7$	
2	172,0018 С/П		S_{3A}	2	171,9983 С/П		S_{18}
3	171,9989 С/П		$S_{1П}$	3	172,0013 С/П		S_{17}
4	109°59' 58.90" С/П		β_1	4	10°00'00.89" С/П		β_{11}
5		34°59'59.39" С/П	γ_1	5		35°00'00.82" С/П	γ_{22}
6		35°00'01.81" С/П	γ_2	6		34°59'58.30" С/П	γ_{21}
7		281,7883	S_0	7		281,7884	S_{21}
	W=0	281,7883	S_0		W=+0.1мм	281,7884	S_{21}
1	В/О,С/П	$\Delta 123$		1	В/О,С/П		
2	172,0269 С/П		S_4	2	159,9766 С/П		S_8
3	172,0280 С/П		S_3	3	159,9671С/П		S_9
4	110°00' 04.12" С/П		β_3	4	23°29'59.61" С/П		β_5
5		34°59'58.48" С/П	γ_6	5		28°14'56.97" С/П	γ_9
6		34°59'57.55" С/П	γ_5	6		28°15'03.54" С/П	γ_{10}
7		281,83518	S_7	7		281,8355	S_7
		281,83525	S_7				
1	В/О,С/П	$\Delta 456$		1	В/О,С/П	$\Delta 567$	
2	159,9703 С/П		S_{11}	2	172,0235 С/П		S_{15}
3	159,9705 С/П		S_{10}	3	172,0295 С/П		S_{16}

Рис.1 Принципова схема лінійно-кутового методу несуцільних спостережень, реалізованого на прикладі блочної електронної тахеометрії



4

Таблиця №12. Порівняльна таблиця зрівноважених координат моделі.

Назви	X	Y _{мод.}	δX	Y	Y _{мод.}	δY
-------	---	-------------------	------------	---	-------------------	------------

ПУНКТИВ	зрівнов.		(ММ)	зрівнов.		(ММ)
1	1140,892	1140,894	-2	1098,656	1098,655	+1
3	999,976	1000,000	-24	1197,326	1197,310	+16
4	114,899	1140,942	-43	1273,043	1273,041	+2
6	999,984	1000,000	-16	1348,763	1348,773	-10
7	1140,898	1140,894	+4	1447,431	1447,428	+3
С	1000,005	1000,000	+5	1546,086	1546,083	+3

Середня квадратична похибка визначення планового положення пункту буде

$$m_{X,Y} = \sqrt{\frac{\sum \delta x^2 + \sum \delta Y^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{3105}{11}} = 16,8 \text{ мм}$$

Назви пунктів	X зрівнов.	Y _{мод.}	δX (ММ)	Y зрівнов.	Y _{мод.}	δY (ММ)
1	1140,8896	1140,8942	-4,6	1098,6550	1098,6552	-0,2
3	999,9926	1000,0000	-7,4	1197,3101	1197,3104	-0,3
4	1140,9382	1140,9425	-4,3	1273,0419	1273,0415	+0,4
6	999,9964	1000,0000	-3,6	1348,7737	1348,7726	+1,1
7	1140,8857	1140,8942	-8,5	1447,4290	1447,4278	+1,2
С	999,9897	1000,0000	-10,3	1546,0820	1546,0830	+1,0

Причому середня квадратична похибка визначення координат планового положення пункта буде

$$m_{x,y} = \sqrt{\frac{289,65}{11}} = 5,13 \text{ мм}$$

Середня квадратична похибка одиниці ваги

$$\mu = \sqrt{\frac{[PV^2]}{\tau}} = \sqrt{\frac{931,368 + 19,7279}{7}} = 11,656$$

При цьому ми мали на увазі, що

$$P_{\beta} = 1, \quad P_S = \frac{m_{\beta}^2}{m_S^2} = \frac{4}{25} = 0,16$$

Тому квадрати поправок сторони були помножені на 0,16.

основи лінійно-кутовим методом несучільних спостережень. Навчальний посібник з курсу "Основні геодезичні роботи". Частина XIII. Чернігів, ЧДІЕіУ, 2001, -39с.

Затверджено на засіданні Вченої ради ЧДІЕіУ, протоколом №6 від 27.06.01

Рецензенти: Боровий В.О. – д.т.н., професор
Войтенко С.П. – д.т.н., професор
Канівець В.І. – д.с.-г.т.н., професор

В даній частині посібника розробляються і досліджуються теоретичні основи методу несучільних спостережень, які цілком застосовні для блочної електронної тахеометрії.

Теоретичне дослідження випробовується на моделі, яка створювалася на реальній території для проведення землепорядних робіт садово-городнього товариства.

При побудові моделі виключаються похибки вихідних даних, що дає переваги дослідження моделі польовим вимірам.

Модель будується по принципу генерування істинних похибок вимірювань методом статистичних випробувань Монте-Карло.

Theoretical bases of method of uncontinuous supervisions which fully applicable for sectional electronic takheometrii are developed in this part of manual and probed.

Theoretical research is tested on a model which was created on the real territory for the leadthrough of zemlevporyadnikh works of sadovo-gorodnego society.

At the construction of model the errors of weekend of information are eliminated, that gives advantages of research of model the field measurings.

A model is built by on principle of generuting of veritable errors of measurings the method of statistical tests of Monte Carlo.

ЗМІСТ

Введення	3
1. Постановка проблеми дослідження. Побудова моделі.....	3
2. Розробка умовного рівняння трикутника.....	6
3. Вивід умовного рівняння геодезичного чотирикутника.....	9
4. Вивід умовного рівняння дирекційних кутів.....	11
5. Розробка координатних умовних рівнянь.....	17
6. Розрахунок істинних значень координат.....	20
7. Розрахунок вільних членів і коефіцієнтів умовних рівнянь.....	21
8. Розрахунок коефіцієнтів нормальних рівнянь і їх рішення.....	33
9. Контроль зрівноваження. Аналіз точності.....	35
Висновки.....	38
Література.....	39

Література

1. Литнарович Р.Н. Создание опорных геодезических сетей несплошных наблюдений линейно-угловым методом при изыскании мелиоративных систем с целью их проектирования и строительства. Тез. респ. конф. "Достижения научно-технического прогресса - в мелиорацию и водное хозяйство" Ч. I. Ровно, 1987, - с.54.
2. Литнарович Р. Н. Разработка программы уравнивания геодезических сетей, развиваемых в мелиоративном строительстве, на программируемом калькуляторе Электроника МК 52. Сб. Мелиорация и освоение тяжелых минеральных почв. /Материалы республиканской научно-технической конференции /18-20 декабря 1990 года. г. Ровно, 1990г, -с. 86-87
3. Літнарлович Р. Згущення мережі GPS. Матеріали науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу та студентів УДАВГ, присвяченої 50-річчю перемоги у Великій Вітчизняній війні. Секція геодезії та землепорядкування. 27 березня-15 квітня 1995 року. Рівненський філіал інституту Землеустрою УААН. Рівне, 1996р.- с.33-34.
4. Літнарлович Р.М. Інженерна геодезія. Курс лекцій для студентів будівельного бакалаврату. УДАВГ, Рівне.-131с. Шифр 076-58.
5. Літнарлович Р.М. Основи вищої геодезії. Курс лекцій для студентів денної форми навчання і заочної спеціальності 7.070906-землепорядкування. м. Рівне, УДАВГ, 1998, -- 134с.
6. Литнарович Р. Н. Создание опорных геодезических сетей несплошных наблюдений и автоматизированная система их обработки. Информационный листок № 87 - 099. Ровенский МТЦНТН*1987,-4с.

Автор: кандидат технічних наук ,
доцент

Літнарлович Руслан Миколайович
Комп'ютерний набір та редагування тексту:
у видавничому редакторі Word for Windows
Веремієць Олександр Миколайович

м. Чернігів

вул. Стрілецька,1

[URL:www.geci.cn.ua](http://www.geci.cn.ua)

E-mail:rector@geci.cn.ua

Тел.: (0462) 179-308

(04622) 5-61-70